Mathematisches Institut
Heinrich Heine-Universität Düsseldorf

Markus Perling
Sommersemester 2014

Lineare Algebra 1

Übungsblatt 1

Abgabe bis 23. April 2014, 10:20 Uhr

Aufgabe 1. Betrachte die Mengen $M := \{1, 2\}$ und $N = \{1, 2, 3\}$. Bestimme:

a) Die Menge aller Abbildungen $M \to N$.

b) Die Menge aller injektiven Abbildungen $M \to N$.

c) Die Menge aller surjektiven Abbildungen $N \to M$.

d) Die Menge $M \times N$. (4 Punkte)

Aufgabe 2. Untersuche die folgenden Abbildungen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität:

a) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $(x, y) \mapsto (y, 3)$.

b) $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $(x, y) \mapsto (x + 3, y - 2)$.

c) $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $(x, y) \mapsto (xy, x + 1)$.

d) $k : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $(x, y) \mapsto (xy, x + y)$. (4 Punkte)

Aufgabe 3. Es seien $A, B, C \subset M$ Mengen. Zeige:

a) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

b) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.

c) $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$.

d) $A \times B = B \times A$ genau dann, wenn

$$A = B \text{ oder } A = \emptyset \text{ oder } B = \emptyset.$$

Bemerkung: Für zwei Mengen X, Y ist die Mengendifferenz definiert als

$$X \setminus Y := \{x \mid x \in X \text{ und } x \notin Y\}.$$

(4 Punkte)

Aufgabe 4. Es seien M und N nichtleere Mengen und $f : M \to N$ eine Abbildung. Zeige: f ist genau dann surjektiv, wenn es eine Abbildung $g : N \to M$ gibt mit $f \circ g = \mathrm{id}_N$. Hinweis: man kann ähnlich vorgehen wie beim Beweis in der Vorlesung über die Existenz der Umkehrfunktion für eine bijektive Abbildung. (4 Punkte)