

Analysis II

Wintersemester 2021/2022

Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Priv.-Doz. Dr. Matthias Köhne

Übungsblatt 13

Ausgabe: Di., 25.01.2022, 14:00 Uhr
Abgabe: Di., 01.02.2022, 16:20 Uhr
Besprechung: Mi., 02.02.2022 bzw. Do., 03.02.2022

- Ⓑ **Aufgabe 13.1:** (Lineare Gleichungen höherer Ordnung, 6 Punkte)
Bestimmen Sie die Lösung $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zum Anfangswertproblem

$$u'''(t) + 6u''(t) + 11u'(t) + 6u(t) = 0, \quad t \in \mathbb{R}, \quad u(0) = 0, \quad u'(0) = -1, \quad u''(0) = 1.$$

Hinweis: Verwenden Sie die Strategie aus Paragraph 3.3.7.

- Ⓑ **Aufgabe 13.2:** (Lineare Gleichungssysteme mit konstanten Koeffizienten, 6 Punkte)
Seien $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $b : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ und $x \in \mathbb{R}^2$ gegeben als

$$A := \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad b(t) := \begin{pmatrix} 0 \\ e^{-t} \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}, \quad x := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Lösung $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ zum Anfangswertproblem

$$u'(t) = Au(t) + b(t), \quad t \in \mathbb{R}, \quad u(0) = x.$$

Hinweis: Beachten Sie Aufgabe 12.2.

- Ⓑ **Aufgabe 13.3:** (Lineare Gleichungssysteme mit variablen Koeffizienten, 5 Punkte)
Sei $A : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$ geben als

$$A(t) := \begin{pmatrix} 0 & e^t \\ e^{-t} & -1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie die Lösung $T : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$ zum Anfangswertproblem

$$T'(t) = A(t)T(t), \quad t \in \mathbb{R}, \quad T(0) = E_2,$$

wobei $E_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ die (2×2) -Einheitsmatrix bezeichnet.

Hinweis: Betrachten Sie die Differentialgleichung $(u'(t), v'(t))^T = A(t)(u(t), v(t))^T$ für $t \in \mathbb{R}$ und leiten Sie eine Differentialgleichung zweiter Ordnung für die Komponente u her; vgl. Beispiel 3.3.14.