

Übungen zu Analysis II

Hinweis für die Mathematikstudierenden: Durch Lösen dieses Übungsblattes können Sie die 3 Creditpoints für das Analysis-Tutorium erhalten. Hierzu müssen Sie mindestens 40 % der Punkte erreichen und deutlich „Tutoriumsblatt“ auf ihre Abgabe schreiben.

24. (12 Punkte) Definiere $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ durch

$$f(x, y) := x^2 + xy + y^2 + x + y + 1.$$

- (a) Bestimmen Sie die kritischen Stellen und die lokalen Extrema von f .
- (b) Bestimmen Sie das Maximum und das Minimum von f auf der Menge

$$Q := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \|(x, y)\|_\infty \leq 1\}.$$

25. (8 Punkte) Bestimmen Sie drei positive Zahlen x, y, z , deren Summe gleich 60 ist und deren Produkt maximal ist.

26. (10 Punkte) Definiere $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ durch $f(x, y) := -(y - x^2)(y - 2x^2)$.

- (a) Zeigen Sie, dass f die folgenden Eigenschaften hat:
 - (i) $(0, 0)$ ist die einzige kritische Stelle von f .
 - (ii) Für jedes $v \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ besitzt die Funktion $t \mapsto f(tv)$ von \mathbb{R} in \mathbb{R} ein striktes lokales Maximum in 0.
 - (iii) f besitzt kein lokales Maximum in $(0, 0)$.

- (b) Definiere $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ durch

$$g(x, y) := \arctan(\exp(f(x, y) - 1)).$$

Zeigen Sie, dass auch g die Eigenschaften (i), (ii) und (iii) hat.

(Der Plot von g ist eindrucksvoller als der von f .)

27. (10 Punkte) Definiere $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ durch $f(x, y) := x^2 + y^2 + y$.
Bestimmen Sie das Maximum und das Minimum von f auf der Menge
 $D := \{\xi \in \mathbb{R}^2 \mid \|\xi\|_2 \leq 1\}$.

Abgabe: Freitag, den 24. Mai 2013, 10:20 Uhr

Besprechung: 29. Mai / 6. Juni 2013