Heinrich Heine Universität Düsseldorf

Prof. Dr. Immanuel Halupczok
M.Sc. Thor Wittich

Algebra, SoSe 22
Blatt 4

Aufgabe 1 (5 Punkte):
Wir betrachten die Gruppe $G = \mathbb{Z}/1260\mathbb{Z}$. Für welche positiven ganzen Zahlen m und n ist G isomorph zu dem produkt $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$?

Aufgabe 2 (5 Punkte):
Geben Sie einen Repräsentanten für jede Isomorphieklasse abelscher Gruppen der Ordnungen $538 \leq n \leq 541$ an.

Aufgabe 3 (5 Punkte):
Sei G eine abelsche Gruppe und seien m und n nicht-negative ganze Zahlen. Zeigen Sie:

(i) Die Menge $nG = \{ng \mid g \in G\}$ ist eine Untergruppe von G.

(ii Ist G isomorph zu einem Produkt $G_1 \times \ldots \times G_r$, so ist nG isomorph zu $nG_1 \times \ldots \times nG_r$.

(iii) Ist G isomorph zu $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ und ist m ein Vielfaches von n, so ist nG isomorph zu $\mathbb{Z}/\frac{m}{n}\mathbb{Z}$.

(iv) Ist G isomorph zu $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ und ist n ein Vielfaches von m, so ist nG isomorph zu $\{0\}$.

(v) Ist G isomorph zu $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ und ist m ist teilerfremd zu n, so ist nG isomorph zu $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$.

Aufgabe 4 (5 Punkte):
Seien G und H zyklische Gruppen. Wie viele Homomorphismen $G \to H$ gibt es?