Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine Universität
Düsseldorf
Apl. Prof. Dr. Axel Grünrock

SoSe 2019
30.04.2019
Blatt 4

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS I

13. Es sei (a_n) eine komplexe Zahlenfolge und $b_n = \frac{1}{n}(a_1 + \ldots + a_n)$ das arithmetische Mittel der Zahlen $a_1, \ldots, a_n$. Man zeige, daß

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a \Rightarrow \lim_{n\to\infty} b_n = a.$$

Man gebe eine divergente Folge an, für die die zugehörige Folge der arithmetischen Mittel konvergiert.

14. Für $\alpha > 0$ sei $z_\alpha := \alpha(1 + i)$, i die imaginäre Einheit. Bestimmen Sie alle Häufungswerte der Folge $(z_\alpha^n)_{n\in\mathbb{N}}$ in Abhängigkeit von α.

15. Bestimmen Sie die Grenzwerte $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ der nachstehenden Folgen (a_n):

(a) $a_n = \dfrac{4^n n^4 + n^6}{5^n}$ (b) $a_n = \dfrac{(n^2 - 5in)^3 - n^6}{n^5}$

(c) $a_n = \dfrac{5n^3 + 7n^2}{2(n+2)(n+1)n}$ (d) $a_n = \dfrac{(3+4i)^n}{6^n}$

16. Für festes $k \in \mathbb{N}$ zeige man, daß $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, wobei

(a) $a_n = \dfrac{k^n}{n!}$ (b) $a_n = \dfrac{1}{2^n}\dbinom{n}{k}$.

Verwenden Sie das "Sandwich-Theorem".

Abgabe: Di., 07.05.2019, 16.25 Uhr

Besprechung: Mi., 15.05.2019 und Do., 16.05.2019