Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine Universität
Düsseldorf
Apl. Prof. Dr. Axel Grünrock

WiSe 2019/20
08.11.2019
Blatt 4

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS I

13. Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der folgenden Ungleichungen:

(a) $|x-2|+2 \leq |2x+2|$,

(b) $x^2 - 2|x| + 1 > 0$,

(c) $\dfrac{|x-2|}{|x-3|} \leq 2$,

(d) $x - \sqrt{3x+7} \leq 1$.

14. Bestimmen Sie die Grenzwerte $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ der nachstehenden Folgen (a_n):

(a) $a_n = \dfrac{(n^2+3n)^2 - n^4}{2n^3}$,

(b) $a_n = \dfrac{\binom{n}{3}2^n}{\binom{n}{2}3^n}$,

(c) $a_n = \dfrac{(1+i)^n}{4^{\frac{n-3}{2}}}$,

(d) $a_n = \prod\limits_{k=2}^{n}(1 - \dfrac{1}{k^2})$.

15. Zeigen Sie:

(a) Für jedes $c \in \mathbb{C}^*$ besitzt die Gleichung $z^2 = c$ (in $\mathbb{C}$) genau zwei Lösungen.

(b) Jede quadratische Gleichung

$$w^2 + \lambda w + \mu = 0$$

mit $\lambda, \mu \in \mathbb{C}$ besitzt die Lösungen $w_{1,2} = -\frac{\lambda}{2} \pm \sqrt{\frac{\lambda^2}{4} - \mu}$, wobei $\pm\sqrt{c}$ die Lösungen der Gleichung $z^2 = c$ aus Teil (a) bezeichnet.

Hinweis zu (a): Schreiben Sie $z = x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$, entsprechend $c = a + ib$, leiten ein System von zwei Gleichungen für die reellen Unbekannten x und y her und lösen dieses.

Bitte wenden!

16. Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichungen

$$z^3 = 1 \qquad\qquad \text{und} \qquad\qquad z^6 = 1.$$

Abgabe: Fr., 15.11.2019, 10.25 Uhr

Besprechung: Mi., 20.11.2019 und Do., 21.11.2019