

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II

45. Berechnen Sie die allgemeinen Lösungen der nachstehenden inhomogenen linearen Differentialgleichungen:

(a) $y' + y - \cosh(x) = 0$;

(b) $y' - \frac{x}{1-x^2}y + \frac{1}{1-x^2} = 0$ ($|x| < 1$).

46. Bestimmen Sie alle differenzierbaren Funktionen $y : [0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$, für die der Mittelwert auf jedem Intervall $[0, x]$ mit $\sqrt{y(x)}$ übereinstimmt.

47. Gesucht sind ein Lösungsfundamentalsystem von $y' = Py$, wobei

$$P(x) = \frac{1}{1-x^2} \begin{pmatrix} -x & 1 \\ 1 & -x \end{pmatrix},$$

und eine Lösung dieses Systems, die der Anfangsbedingung $y(0) = (a, b)^\top$ genügt. Leiten Sie dazu zunächst ein Differentialgleichungssystem für $z := (z_1, z_2)^\top := (y_1 + y_2, y_1 - y_2)^\top$ her.

48. Für $x > 0$ sei

$$P(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{x} & 2 & x \\ 0 & \frac{2}{x} & 1 \\ 0 & 0 & \frac{3}{x} \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie ein Lösungsfundamentalsystem Φ für das System $y' = Py$, welches der Anfangsbedingung $\Phi(1) = E_3$ genügt. (Hierbei bezeichne E_3 die 3×3 -Einheitsmatrix.)

Abgabe: elektronisch bis Mi., 15.07., 15.00 Uhr