

Lösung der Aufgabe 3 c)
aus dem Übungsblatt 1

Aufgabe 3 c). Sei e_1, e_2, e_3 die Standardbasis in \mathbb{R}^3 . Finden Sie ein einfaches System Δ in dem Wurzelsystem $\Psi := \{\alpha_i e_i + \alpha_j e_j \mid i, j \in \{1, 2, 3\}, i \neq j, \alpha_i, \alpha_j \in \{-1, 1\}\}$.

Lösung. Sei

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$u_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Dann gilt $\Psi = U \cup (-U)$ mit $U = \{v_1, v_2, v_3, u_1, u_2, u_3\}$.

$\Delta := \{v_1, v_2, v_3\}$ ist ein einfaches System in Ψ , weil Δ eine Basis von $\text{Span}(\Psi) = \mathbb{R}^3$ ist und es gilt:

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 + v_3, \\ u_2 &= v_2 + v_3, \\ u_3 &= v_1 + v_2 + v_3. \end{aligned}$$

Lösung zu Aufgabe 3 c des Übungsblattes 1.