Mathematisches Institut WS 23/24
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

Übungen zu Lineare Algebra I

Blatt 2

Aufgabe 1. Sei $f : X \to Y$ eine Abbildung. Beweisen oder widerlegen Sie:

(i) Für alle Teilmengen $B, B' \subset Y$ gilt $f^{-1}(B \cup B') = f^{-1}(B) \cup f^{-1}(B')$.

(ii) Für alle Teilmengen $A, A' \subset X$ gilt $f(A \cap A') = f(A) \cap f(A')$.

(iii) Für alle $A \subset X$ und $B \subset Y$ gilt $f(A \cap f^{-1}(B)) = f(A) \cap B$.

(iv) Die Produktmenge $\varnothing \times Y$ ist für jede Menge Y leer.

(v) Ist die Abbildung $f : X \to Y$ nicht injektiv, so gilt $\mathrm{Card}(X) \geq 2$.

Aufgabe 2. Bei ihrem Bäcker kaufen Sie vier Dinkel- und drei Roggenbrötchen und bezahlen dafür 5,25 Euro. Am nächsten Wochenende wählen Sie zwei Dinkel- und fünf Roggenbrötchen und bezahlen 4,55 Euro. Bestimmen Sie die Einzelpreise der Brötchen.

Aufgabe 3. Sei $S = \{\varphi : X \to X\}$ die Menge aller Selbstabbildungen der Menge $X = \{1, 2, 3\}$. Wir betrachten nun die Abbilungen $f : S \to S$, welche durch die Vorschriften

$$f(\varphi)(x) = \varphi(\varphi(x))$$

definiert ist.

(i) Verifizieren Sie, dass die Menge S aus 27 Elementen besteht. Davon sind 6 Elemente $\varphi : X \to X$ bijektive Abbildungen.

(ii) Zeigen Sie, dass $f : S \to S$ weder injektiv noch surjektiv ist.

Aufgabe 4. Sei S eine Menge, versehen mit einer Verknüpfung

$$S \times S \longrightarrow S, \quad (a, b) \longmapsto a * b.$$

Angenommen, es gibt ein neutrales Element $e \in S$. Weiterhin gelte

$$(a * c) * (b * d) = (a * b) * (c * d)$$

für alle $a, b, c, d \in S$. Deduzieren Sie durch geschickte Spezialsierungen, dass S ein kommutativer Monoid sein muss.

Abgabe: Bis Montag, den 30. Oktober um 10:25 Uhr im Zettelkasten.

Prüfungstermine: Erste Klausur am Mittwoch, 7. Februar 2024 von 12:00 bis 14:00 Uhr. Zweite Klausur am Dienstag, 26. März 2024 von 09:00 bis 11:00 Uhr.

Zulassungsvoraussetzung für Studierende im Fach Mathematik: Erreichen von 40% = 12 x 20 x 0,4 = 96 Punkten bei den Aufgabenblättern. Die Teilnahme an den Übungsgruppen wird durch Anwesenheitslisten erhoben. Hatten Sie in der Vergangenheit an einer Prüfung zur Linearen Algebra I ohne Erfolg teilgenommen, sind Sie ebenfalls zugelassen.

Für Studierende anderer Fächer: Erreichen von 32% = 0,8 x 40% der Punkte bei den Aufgabenblättern (80%-Regel), das entspricht 77 Punkten. Hatten Sie in der Vergangenheit die Zulassung für eine Prüfung zur Linearen Algebra I erreicht, sind Sie ebenfalls zugelassen.

Das griechische Alphabet

Buchstabe		Name	Transliteration
α	A	Alpha	a
β	B	Beta	b
γ	Γ	Gamma	g
δ, ∂	Δ	Delta	d
ϵ	E	Epsilon	e
ζ	Z	Zeta	z
η	H	Eta	ē
θ, ϑ	Θ	Theta	t
ι	I	Iota	i
κ	K	Kappa	k
λ	Λ	Lambda	l
μ	M	Mu	m
ν	N	Nu	n
ξ	Ξ	Xi	x
o	O	Omikron	o
π	Π	Pi	p
ρ	P	Rho	r
σ	Σ	Sigma	s
τ	T	Tau	t
υ	Υ	Upsilon	u
ϕ, φ	Φ	Phi	ph
χ	X	Chi	kh
ψ	Ψ	Psi	ps
ω	Ω	Omega	ō