Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 20/21

Übungen zur Einführung in die Algebraische Geometrie

Blatt 11

Aufgabe 1. Sei V ein ein endlich-dimensionaler $\mathbb{C}$-Vektorraum, und V', V'' zwei Untervektorräume. Angenommen, die entsprechenden linearen Unterräume

$$X' = \mathbb{P}(V') \quad \text{und} \quad X'' = \mathbb{P}(V'')$$

in $\mathbb{P}(V)$ sind disjunkt. Folgern Sie, dass die kanonische Abbildung $V' \oplus V'' \to V$ injektiv ist.

Aufgabe 2. Sei V ein endlich-dimensionaler $\mathbb{C}$-Vektorraum, und $V^* = \operatorname{Hom}_{\mathbb{C}}(V, \mathbb{C})$ sein Dualraum. Zeigen sie, dass die komplexen Mannigfaltigkeiten

$$\mathbb{P}(V) \quad \text{und} \quad \mathbb{P}(V^*)$$

in *unkanonischer* Weise isomorph sind, dass jedoch die Punkte in $\mathbb{P}(V^*)$ *kanonisch* den Hyperebenen in $\mathbb{P}(V)$ entsprechen.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass jedes komplexe homogene Polynom $f(T_0, T_1) \neq 0$ geschrieben werden kann als

$$f(T_0, T_1) = \prod_{i=1}^{r} (\alpha_i T_0 - \beta_i T_1)^{\nu_i}$$

mit eindeutig bestimmtem $r \geq 1$, Punkten $(\alpha_i : \beta_i) \in \mathbb{P}^1(\mathbb{C})$, und Exponenten $\nu_i \geq 1$.

Aufgabe 4. Sei $X \subset \mathbb{P}^n(\mathbb{C})$ eine Hyperfläche, und $H_1, \ldots, H_{n-1} \subset \mathbb{P}^n(\mathbb{C})$ Hyperebenen. Beweisen Sie, dass der Durchschnitt

$$X \cap H_1 \cap \ldots \cap H_{n-1}$$

nicht-leer ist.

Abgabe: Bis Freitag, den 29. Januar um 23:55 Uhr über ILIAS.