Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS19

Übungen zu Lineare Algebra II

Blatt 7

Aufgabe 1. (i) Zeigen Sie, dass zwei trigonalisierbare Matrizen $A, B \in \mathrm{Mat}_3(K)$ genau dann ähnlich sind, wenn

$$\chi_A(T) = \chi_B(T) \quad \text{und} \quad \mu_A(T) = \mu_B(T).$$

(ii) Bleibt die Aussage für 4×4-Matrizen richtig?

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass jedes normierte Polynom $P \in K[T]$ das Minimalpolynom eines Endomorphismus $f : V \to V$ ist, wobei $\dim(V) = \deg(P)$. Verwenden Sie dazu den Quotientvektorraum $K[T]/(P)$.

Aufgabe 3. Sei $A \in \mathrm{Mat}_n(\mathbb{C})$. Beschreiben Sie, wie das Minimalpolynom $\mu_{A^2}(T)$ aus dem Minimalpolynom $\mu_A(T)$ hervorgeht.

Aufgabe 4. Sei $f : V \to V$ trigonalisierbar. Beweisen Sie, dass f genau dann diagonalisierbar ist, wenn es zu jedem invarianten Unterraum $U \subset V$ ein invariantes Komplement $U' \subset V$ gibt.

Abgabe: Bis Donnerstag, den 23. Mai um 8:25 Uhr im Zettelkasten.