Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 18/19

Übungen zu Lineare Algebra I

Blatt 6

Aufgabe 1. Sei V ein n-dimensionaler K-Vektorraum, und $H_1 \neq H_2$ zwei Untervektorräume von Dimension $\dim(H_i) = n - 1$. Zeigen Sie mit der Dimensionsformel, dass

$$\dim(H_1 \cap H_2) = n - 2$$

gilt. Geben Sie dafür ein explizites Beispiel im Anschauungsraum $V = \mathbb{R}^3$.

Aufgabe 2. Sei K ein Körper. Für welche Skalare $\lambda, \mu \in K$ bilden die Vektoren

$$a = (\lambda, \mu) \quad \text{und} \quad b = (\mu, \lambda)$$

eine Basis des Standardvektorraumes $V = K^2$?

Aufgabe 3. Sei V ein n-dimensionaler K-Vektorraum und $U \subset V$ ein r-dimensionaler Untervektorraum. Beweisen Sie mit Basisergänzungssatz, dass es eine Folge von Untervektorräumen

$$U = U_r \subsetneqq U_{r+1} \subsetneqq \ldots \subsetneqq U_n = V$$

gibt. Zeigen Sie weiterhin, dass es zwischen den U_s und U_{s+1} keine Untervektorräume $W \neq U_s, U_{s+1}$ gibt.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass der Vektorraum $V = \mathscr{C}(\mathbb{R})$ aller stetigen Funktionen unendlich-dimensional ist, indem sie eine explizite Folge $f_1, f_2, \ldots$ von linear unabhängigen stetigen Funktionen angeben.

Abgabe: Bis Mittwoch, den 28. November um 10:25 Uhr im Zettelkasten.