Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer WS 18/19

Übungen zu Lineare Algebra I

Blatt 2

Aufgabe 1. Sei S ein Monoid. Zeigen Sie, dass es höchstens ein Element $n \in S$ gibt mit der Eigenschaft

$$n * a = n = a * n$$

für alle $a \in S$. Geben Sie ein Beispiel S_1 für einen Monoiden, der ein solches Element enthält, und ein Beispiel S_2, wo dieses nicht existiert.

Aufgabe 2. Sei S eine Menge, versehen mit einer Verknüpfung

$$S \times S \longrightarrow S, \quad (a, b) \longmapsto a * b.$$

Angenommen, es gibt ein neutrales Element $e \in S$. Weiterhin gelte

$$(a * c) * (b * d) = (a * b) * (c * d)$$

für alle $a, b, c, d \in S$. Deduzieren Sie daraus, dass S ein kommutativer Monoid sein muss.

Aufgabe 3. Sei $R = \mathscr{P}(X)$ die Potenzmenge zu einer Menge X, also die Gesamtheit aller Teilmengen $U \subset X$. Wir definieren auf R eine Addition

$$U + V = (U \cup V) \smallsetminus (U \cap V)$$

sowie eine Multiplikation

$$U \cdot V = U \cap V.$$

Verifizieren Sie, dass R mit diesen Verknüpfungen zu einem Ring wird.

Aufgabe 4. Sei $R = \{0, 1, a\}$ ein assoziativer Ring mit genau drei Elementen. Beweisen Sie, dass dann

$$1 + a = 0, \quad a^2 = 1 \quad \text{und} \quad 1 + 1 = a$$

gilt, und stellen Sie die Additions- und Multiplikationstafeln auf.

Abgabe: Bis Mittwoch, den 31. Oktober um 10:25 Uhr im Zettelkasten.

Prüfungstermine: Erste Klausur am Samstag, den 2. Februar 2019 von 09:00–11:00 Uhr. Zweite Klausur am Freitag, den 29. März 2019 von 12:00–14:00 Uhr.

Zulassungsvoraussetzung für Studierende im Fach Mathematik: Erreichen von 40% = 12 x 20 x 0,4 = 96 Punkten bei den Aufgabenblättern. Die Teilnahme an den Übungsgruppen wird durch Anwesenheitslisten erhoben. Die Zulassungsvoraussetzungen für Studierende anderer Fächer entnehmen Sie der Homepage[1].

Das griechische Alphabet

Buchstabe		Name	Transliteration
α	A	Alpha	a
β	B	Beta	b
γ	Γ	Gamma	g
δ, ∂	Δ	Delta	d
ϵ	E	Epsilon	e
ζ	Z	Zeta	z
η	H	Eta	ē
θ, ϑ	Θ	Theta	t
ι	I	Iota	i
κ	K	Kappa	k
λ	Λ	Lambda	l
μ	M	Mu	m
ν	N	Nu	n
ξ	Ξ	Xi	x
o	O	Omikron	o
π	Π	Pi	p
ρ	P	Rho	r
σ	Σ	Sigma	s
τ	T	Tau	t
υ	Υ	Upsilon	u
ϕ, φ	Φ	Phi	ph
χ	X	Chi	kh
ψ	Ψ	Psi	ps
ω	Ω	Omega	ō

[1] http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~schroeer/18_ws_LineareAlgebra_I/LAI_ws18.html