Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer SS 18

Übungen zu Algebraische Geometrie II

Blatt 4

Aufgabe 1. Sei $S = \mathbb{P}(\mathscr{E})$ eine Regelfläche. Verifizieren Sie, dass es Schnitte $C \subset S$ mit beliebig großer Schnittzahl $C^2 \geq 0$ gibt.

Aufgabe 2. Sei B eine elliptische Kurve, und $\mathscr{E}$ die nicht-triviale Erweiterung von $\mathscr{O}_B$ durch $\mathscr{O}_B$. Zeigen Sie, dass die resultierende Regelfläche $S = \mathbb{P}(\mathscr{E})$ Invariante $e = 0$ hat.

Aufgabe 3. Sei B eine glatte Kurve vom Geschlecht $g \geq 0$. Konstruieren sie eine Regelfläche $S = \mathbb{P}(\mathscr{E})$ mit

$$H^0(S, \omega_S^\vee) \neq 0.$$

Aufgabe 4. Sei $S = \mathbb{P}(\mathscr{E})$ die Hirzebruch-Fläche mit Invariante $e \geq 0$, wobei $\mathscr{E} = \mathscr{O}_{\mathbb{P}^1} \oplus \mathscr{O}_{\mathbb{P}^1}(e)$. Berechnen Sie die Zahlen

$$h^0(\omega_S^{\otimes -n}) = \dim_k H^0(S, \mathscr{O}_S(-nK_S))$$

für alle $n \geq 1$.

Abgabe: Bis Freitag, den 18. Mai um 8:25 Uhr im Zettelkasten.