Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 17/18

Übungen zu algebraische Geometrie I

Blatt 9

Aufgabe 1. Sei C eine zusammenhängende reduzierte Kurve. Verifizieren Sie, dass für jede kohärente Garbe $\mathscr{F}$ die Zahlen $h^0(\mathscr{F})$ und $h^1(\mathscr{F})$ ein Vielfaches von $h^0(\mathscr{O}_C)$ ist.

Aufgabe 2. Seien $C_1, C_2 \subset \mathbb{P}^2$ zwei ebene Kurven ohnen gemeinsame irreduzible Komponenten. Drücken Sie das Geschlecht $g = h^1(\mathscr{O}_C)$ der Vereinigung $C = C_1 \cup C_2$ durch die Geschlechter $g_i = h^1(\mathscr{O}_{C_i})$ aus.

Aufgabe 3. Sei k ein imperfekter Grundkörper von Charakteristik $p = 2$. Zeigen Sie, dass es einen Quadrik $C \subset \mathbb{P}^2$ gibt, welche integer, geometrisch irreduzibel aber geometrisch nicht-reduziert ist.

Aufgabe 4. Geben Sie für jede der vier charakterisierenden Eigenschaften von $\mathbb{P}^1$ eine ebene Kurve $C \subset \mathbb{P}^2$ an, für welche diese Eigenschaft nicht gilt, die jedoch die übrigen drei Eigenschaften besitzt.

Abgabe: Bis Freitag, den 22. Dezember um 8:25 Uhr im Zettelkasten.