Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer WS 17/18

Übungen zu algebraische Geometrie I

Blatt 1

Aufgabe 1. Sei X ein Schema und L ein Körper. Verifizieren Sie im Detail, dass die Morphismen von Schemata $f : \operatorname{Spec}(L) \to X$ den Paaren (a, ψ) entsprechen, wobei $a \in X$ ein Punkt und $\psi : \kappa(a) \to L$ ein Homomorphismus von Körpern ist.

Aufgabe 2. Sei X ein Schema. Zeigen Sie, dass es ein affines Schema X^{aff} und einen Morphismus

$$f : X \longrightarrow X^{\mathrm{aff}}$$

mit der folgenden universellen Eigenschaft gibt: Für jeden Ring R und jeden Morphismus $g : X \to \operatorname{Spec}(R)$ gibt es genau ein $h : X^{\mathrm{aff}} \to \operatorname{Spec}(R)$ mit $g = h \circ f$.

Aufgabe 3. Sei k ein Grundkörper. Konstruieren Sie einen surjektiven Morphismus

$$f : \mathbb{A}^2 \smallsetminus \{(0,0)\} \longrightarrow \mathbb{P}^1,$$

indem sie die affine offenen Überdeckung $\mathbb{P}^1 = \operatorname{Spec} k[T] \cup \operatorname{Spec} k[1/T]$ verwenden.

Aufgabe 4. Sei k ein Grundkörper. Bestimmen Sie alle abgeschlossenen Unterschemata

$$Z \subset \mathbb{A}^2 = \operatorname{Spec} k[x, y],$$

deren Träger der Ursprung $a = (0, 0)$ ist, und für den der k-Vektorraum $H^0(Z, \mathscr{O}_Z)$ von Dimension $d = 2$ ist.

Abgabe: Bis Freitag, den 20. Oktober um 8:25 Uhr im Zettelkasten.

Zulassungsvoraussetzung zur mündlichen Prüfung: 40% = 96 Punkte der insgesamt 240 = 12 x 4 x 5 Punkte auf den zwölf Übungsblätter.