Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 16

Übungen zur Algebra

Blatt 2

Aufgabe 1. Sei G eine endliche Gruppe von Ordnung $\operatorname{ord}(G) = 43200$, und $H \subset G$ eine Untergruppe von Ordnung $\operatorname{ord}(H) = 80$, und $K \subset G$ eine Untergruppe vom Index $[G : K] = 1600$. Folgern Sie, dass dann $H \cap K = \{e\}$. Tipp: Primfaktorzerlegung, Satz von Lagrange.

Aufgabe 2. Seien

$$\mu_3(\mathbb{F}_5^\times) = G_0 \subset G_1 \subset G_2 \subset G_3 = \mathrm{SL}_3(\mathbb{F}_5)$$

die Untergruppen aller Skalarmatrizen, aller Diagonalmatrizen bzw. aller oberen Dreiecksmatrizen in der speziellen linearen Gruppe. Berechnen Sie die Ordnungen $\operatorname{ord}(G_i)$ und geben Sie die Indices $[G_i : G_{i-1}]$ an.

Aufgabe 3. (i) Bestimmen Sie für alle Skalare $\lambda \in \mathbb{F}_7^\times$ die Ordnungen $\operatorname{ord}(\lambda) \geq 1$.

(ii) Berechnen Sie dann für alle trigonalisierbaren Matrizen

$$A \in \mathrm{GL}_2(\mathbb{F}_7)$$

die Ordnungen $\operatorname{ord}(A) \geq 1$. Tipp: Jordan-Normalform.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass es keine endliche Gruppe G gibt, für die das Zentrum $Z \subset G$ als Index eine Primzahl $[G : Z] = p$ hat.

Abgabe: Bis Donnerstag, den 28. April um 8:25 Uhr im Zettelkasten.

Wir ermuntern Sie, die Aufgaben untereinander zu diskutieren. Die Abgaben müssen jedoch **individuell, handschriftlich und ohne elektronische Hilfsmittel** erfolgen.

Bitte verwenden Sie das **Deckblatt** und **tackern** Sie Ihre Abgaben.

Die unautorisierte Verbreitung von Vorlesungsmitschriften insbesondere im Internet sowie das Abfotographieren von Tafelanschrieben sind aus pädagogischen und urheberrechtlichen Gründen nicht gestattet.