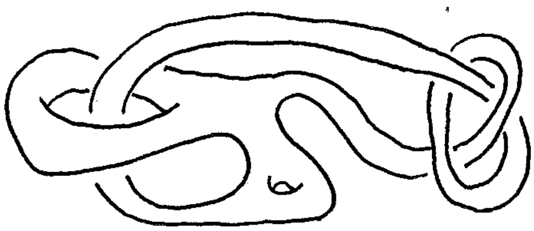
Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 15/16

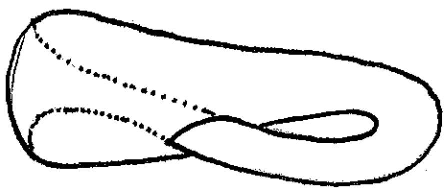
Übungen zur Einführung in die Topologie

Blatt 5

Aufgabe 1. Welche 2-Mannigfaltigkeit ist hier abgebildet?



Aufgabe 2. Die Kleinsche Flasche X ensteht als Quotientenraum aus einem regulären Viereck P bezüglich des Flächenworts $abab^{-1}$ und kann so veranschaulicht werden:



Verifizieren Sie $X = P^2 \# P^2$ auf zwei Weisen:

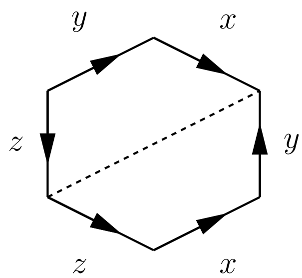
(i) Indem Sie in der Veranschaulichung zwei Möbius-Bänder ausmachen.

(ii) Indem Sie das Viereck P diagonal aufschneiden und neu verkleben, und so das Flächenwort $abab^{-1}$ in Normalform $z_1^2 z_2^2$ bringen.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass die beiden 2-Mannigfaltigkeiten

$$P^2 \# T^2 \quad \text{und} \quad P^2 \# P^2 \# P^2,$$

homömorph sind, indem Sie das Flächenwort $z^2xyx^{-1}y^{-1}$ auf die Normalform $z_1^2 z_2^2 z_3^2$ bringen. Schneiden/verkleben Sie dabei zweimal hintereinander und wenden Sie dann Aufgabe 2 an. Beginnen Sie mit einem Schnitt entlang der gestrichelten Linie und Verklebung entlang der z-Seiten:



Aufgabe 4. Wir fassen den Torus T^2 als Quotient eines regulären 4-Ecks P bezüglich des Flächenwortes $aba^{-1}b^{-1}$ an. Geben Sie eine Triangulierung $T^2 \simeq |K|$ an, indem Sie P in Dreiecke zerlegen. Beachten Sie dabei, dass in einem simplizialen Komplex $K = (V, S)$ jeder Simplex $\sigma \in S$ bereits durch seine Ecken $v_0, \ldots, v_n \in V$ eindeutig festgelegt sein muss.

Abgabe: Bis Donnerstag, den 10. Dezember um 8:25 Uhr im Zettelkasten.