Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer SS 15

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra II

Blatt 12

Aufgabe 1. Seien V, W zwei K-Vektorräume und $a \in V$, $b \in W$ Vektoren mit $a \otimes b = 0$ im Tensorprodukt $V \otimes W$. Folgern Sie, dass dann $a = 0$ oder $b = 0$ gelten muss.

Aufgabe 2. Sei V ein endlich-dimensionaler K-Vektorraum. Zeigen Sie, dass die kanonische lineare Abbildung

$$V^* \otimes V \longrightarrow \mathrm{End}_K(V), \quad h \otimes a \longmapsto (x \mapsto h(x)a)$$

bijektiv ist.

Aufgabe 3. Wie lautet die Jordan-Normalform für das Kronecker-Produkt

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},$$

aufgefasst als Endomorphismus von $\mathbb{Q}^2 \otimes \mathbb{Q}^2 \simeq \mathbb{Q}^4$?

Aufgabe 4. Seien $f : V \to V$ und $g : W \to W$ zwei trigonalisierbare Endomorphismen mit charakteristischen Polynomen

$$\chi_f(T) = \prod_{i=1}^{m} (T - \lambda_i) \quad \text{und} \quad \chi_g(T) = \prod_{j=1}^{n} (T - \mu_j).$$

Beweisen Sie, dass der induzierte Endomorphismus

$$f \otimes g : V \otimes W \longrightarrow V \otimes W$$

das charakteristische Polynom

$$\chi_{f \otimes g}(T) = \prod_{\substack{i=1,\ldots,m \\ j=1,\ldots,n}} (T - \lambda_i \mu_j)$$

hat.

Abgabe: Bis Donnerstag, den 2.7. um 8:25 Uhr im Zettelkasten. Dieses ist das letzte Blatt für die Wertung zur Klausurzulassung.