Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 13/14

Übungen zur Einführung in die Topologie

Blatt 10

Aufgabe 1. Verifizieren Sie, dass jedes nichttriviale Element einer freien Gruppe unendliche Ordnung hat.

Aufgabe 2. Seien X und Y zwei Mengen. Angenommen, die zugehörigen freien Gruppen $F(X)$ und $F(Y)$ sind als abstrakte Gruppen isomorph. Beweisen Sie, dass dann die Mengen X und Y die gleiche Kardinalität haben.

Aufgabe 3. Sei G eine Gruppe mit endlicher Präsentation

$$G = \langle x_1, \ldots, x_m \mid r_1, \ldots, r_n \rangle.$$

Angenommen, es gilt $m > n$. Folgern Sie, dass G unendlich sein muss.

Aufgabe 4. Sei $Q \subset \mathrm{GL}_2(\mathbb{C})$ die von den Matrizen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

erzeugte Untergruppe, welche auch die *Quaternionengruppe* genannt wird. Finden Sie eine explizite endliche Präsentation von Q.

Abgabe: Bis Montag, den 13.1. um 8:25 Uhr im Zettelkasten.