

## Übungen zur Topologie I

### Blatt 11

**Aufgabe 1.** Sei  $X$  ein endlich-dimensionaler CW-Komplex. Beschreiben Sie die Einheiten im Kohomologiering  $H^*(X, R)$ .

**Aufgabe 2.** Sei  $X = I$  das Einheitsintervall. Finden Sie singuläre Ketten  $c' \in S^0(X, \mathbb{Z})$  und  $c'' \in S^1(X, \mathbb{Z})$  so, dass

$$c' \cup c'' \neq \pm c'' \cup c'.$$

**Aufgabe 3.** Sei  $k$  ein perfekter Körper von Charakteristik  $p = 2$ . Beweisen Sie, dass jede nichtentartete symmetrische Bilinearform  $\Phi$  auf einem endlich-dimensionalem  $k$ -Vektorraum  $V$  isometrisch zu genau einer der Standardformen

$$U^{\oplus g} \quad \text{und} \quad I \oplus U^{\oplus d} \quad \text{und} \quad I^{\oplus 2} \oplus U^{\oplus d}$$

ist, wobei  $I = (1)$  und  $U = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

**Aufgabe 4.** Berechnen Sie explizit das Cup-Produkt auf  $H^1(X, \mathbb{F}_2)$  bzw.  $H^1(Y, \mathbb{Z})$  für die geschlossenen 2-Mannigfaltigkeiten

$$X = P^2 \# P^2 \quad \text{und} \quad Y = T^2 \# T^2.$$

**Abgabe:** Bis Montag, den 14.01.2013 um 8:30 Uhr in den Zettelkästen.