Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 12/13

Übungen zur Topologie I

Blatt 2

Aufgabe 1. Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Die Vektorraumdimensionen

$$\dim_F H_i(K, F), \quad i \geq 0$$

eines simiplizialen Komplexes $K = (V, S)$ hängen nicht von dem Koeffizientenkörper F ab.

Aufgabe 2. Sei $K = (V, S)$ ein simplizialer Komplex und R ein Koeffizientenring. Verifizieren Sie, dass die Randabbildung $C'_i(K, R) \to C'_{i-1}(K, R)$,

$$[v_0, \ldots, v_i] \longmapsto \sum_{j=0}^{i} (-1)^j [v_0, \ldots, \widehat{v_j}, \ldots, v_i]$$

für orientierte Simplices wohldefiniert ist.

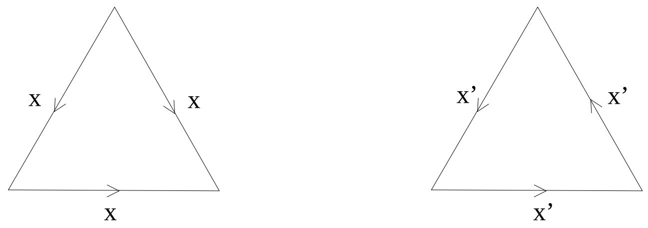
Aufgabe 3. Sei

$$0 \longrightarrow C_n \longrightarrow C_{n-1} \longrightarrow \ldots \longrightarrow C_0 \longrightarrow 0$$

ein Komplex von endlich-dimensionalen Vektorräumen über einem Körper k, und H_i seine Homologiegruppen. Zeigen Sie die Formel

$$\sum_{i=0}^{n} (-1)^i \dim_k(H_i) = \sum_{i=0}^{n} (-1)^i \dim_k(C_i).$$

Aufgabe 4. Betrachten Sie die aus den Dreicken durch die angegebenen Identifizierung der Seiten entstehenden topologischen Räume X und X'.



Wählen Sie Triangulierungen $X = |K|$ und $X' = |K'|$ und berechnen Sie dazu die Homologiegruppen $H_i(K, R)$ und $H_i(K', R)$ bezüglich der Primkörper $R = \mathbb{Q}$ und $R = \mathbb{F}_p$.

Abgabe: Bis Montag, den 29.10.2012 um 8:30 Uhr in den Zettelkästen.