Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer SS 12

Übungen zur Algebraischen Geometrie II

Blatt 11

Aufgabe 1. Seien $x_1, \ldots, x_r \in \mathbb{P}^n$ endliche viele Punkte, und $T = \{x_1, \ldots, x_r\}$ das zugehörige reduzierte abgeschlossenen Unterschema. Berechnen Sie die Dimension des Vektorraumes

$$\mathrm{Ext}^n(\mathcal{O}_T, \mathcal{O}_{\mathbb{P}^n}(-n-1)).$$

Ändert sich die Dimension, wenn $\mathcal{O}_{\mathbb{P}^n}(-n-1)$ durch $\mathcal{O}_{\mathbb{P}^n}(t)$, $t \in \mathbb{Z}$ ersetzt wird?

Aufgabe 2. Sei $F : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ ein kovarianter δ-Funktor zwischen abelschen Kategorien. Beweisen Sie Grothendiecks Kriterium: Wenn es zu jedem $M \in \mathrm{ob}(\mathcal{A})$ und $i > 0$ eine Injektion $u : M \to I$ gibt mit $F^i(u) = 0$, so ist F ein universeller δ-Funktor.

Aufgabe 3. Sei X ein geringter Raum, und $\mathcal{E}$ ein lokal freier $\mathcal{O}_X$-Modul vom endlichen Rang. Zeigen Sie, dass dann

$$\mathrm{Ext}^i(\mathcal{F} \otimes \mathcal{E}, \mathcal{G}) = \mathrm{Ext}^i(\mathcal{F}, \mathcal{E}^\vee \otimes \mathcal{G})$$

für alle $\mathcal{O}_X$-Moduln $\mathcal{F}, \mathcal{G}$ und $i \geq 0$.

Aufgabe 4. Sei $\mathcal{F}, \mathcal{G}$ zwei $\mathcal{O}_X$-Moduln auf einem geringten Raum X, und $U \subset X$ eine offene Teilmenge. Verifizieren Sie für die Ext-Garben, dass

$$\mathcal{E}xt^i_{\mathcal{O}_X}(\mathcal{F}, \mathcal{G})|_U = \mathcal{E}xt^i_{\mathcal{O}_U}(\mathcal{F}|_U, \mathcal{G}|_U)$$

für alle $i \geq 0$.

Abgabe: Bis Montag, den 02.07.2012 um 8:15 Uhr in den Zettelkästen.