Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer SS 12

Übungen zur Algebraischen Geometrie II

Blatt 1

Aufgabe 1. Sei $S = \bigoplus_{n\geq 0} S_n$ ein graduierter Ring, der reduziert oder integer ist. Verfizieren Sie, daß das Schema $\operatorname{Proj}(S)$ ebenfalls reduziert bzw. integer ist.

Aufgabe 2. Sei S ein graduierter Ring, $X = \operatorname{Proj}(S)$ sein homogenes Spektrum, und $n \in \mathbb{Z}$ eine ganze Zahl. Beweisen Sie, dass die quasikohärente Garbe $\mathcal{O}_X(n)$ auf der offenene Teilmenge

$$U = \bigcup_f D_+(f) \subset X$$

invertierbar ist, wobei die Vereinigung über die homogenen $f \in S$ verläuft, deren Grad $\deg(f)$ ein Teiler der Zahl n ist.

Aufgabe 3. Sei $S = \bigoplus_{n\geq 0} S_n$ ein graduierter Ring, $X = \operatorname{Proj}(S)$ sein homogenes Spektrum, und $m, n \in \mathbb{Z}$ zwei ganze Zahlen. Konstruieren Sie die kanonische Abbildung

$$\mathcal{O}_X(n) \otimes_{\mathcal{O}_X} \mathcal{O}_X(m) \longrightarrow \mathcal{O}_X(m+n)$$

von quasikohärenten Garben.

Aufgabe 4. Sei $f : X \to Y$ eine stetige Abbildung zwischen topologischen Räumen, $\mathcal{F}$ eine abelsche Garbe auf X, und $\mathcal{G}$ eine abelsche Garben auf Y. Zeigen Sie, dass es eine Identifizierung

$$\operatorname{Hom}(f^{-1}(\mathcal{G}), \mathcal{F}) = \operatorname{Hom}(\mathcal{G}, f_*(\mathcal{F}))$$

gibt, indem Sie kanonische Abbildungen zwischen diesen Gruppen konstruieren, die zueinander invers sind.

Abgabe: Bis Montag, den 16.04.2012 um 8:15 Uhr in den Zettelkästen.

Prüfungen: Es werden *mündliche Prüfungen* am Ende des Semesters stattfinden. *Zulassungsvoraussetzung* ist das Erreichen von 20% der Gesamtpunktzahl auf den zwölf Übungszettel, also $39 = \lceil 12 \cdot 16 \cdot 0,2 \rceil$ Punkte.