Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 11

Übungen zur Kommutativen Algebra & Geometrie

Blatt 1

Aufgabe 1. Wir fassen $R = \mathbb{Z} \times \mathbb{C}[T]$ vermöge der Multiplikation

$$(m, f) \cdot (n, g) = (mn, fg)$$

als Ring auf. Bestimmen sie alle Ideale $\mathfrak{a} \subset R$.

Aufgabe 2. Sei k ein Körper, T eine Unbestimmte, und V ein $k[T]$-Modul. Wir betrachten die k-lineare Abbildung

$$\varphi : V \longrightarrow V, \quad x \longmapsto Tx.$$

Beweisen Sie, dass eine Abbildung $f : V \to V$ genau dann ein Homomorphismus von $k[T]$-Moduln ist, wenn Sie k-linear ist und mit φ kommutiert.

Aufgabe 3. Beweisen oder wiederlegen Sie:

(i) Restklassenmoduln eines zyklischen Moduls sind zyklisch.

(ii) Untermoduln eines zyklischen Moduls sind zyklisch.

(iii) Restklassenmoduln eines freien Moduls sind frei.

(iv) Untermoduln eines freien Moduls sind frei.

Aufgabe 4. Ist $M = \mathbb{Q}$ ein freier $\mathbb{Z}$-Modul? Ist er zyklisch?

Abgabe: Bis Montag, den 18.04.2011 um 8:30 Uhr im Zettelkasten.

Quorum zur Zulassung zur mündlichen Prüfung:
20% der erreichbaren Punkte = 0,2 x 11 Zettel x 20 Punkte = 44 Punkte