Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 2010

Algebra

Blatt 13

Aufgabe 1. Sei K ein Körper von Charakteristik $\mathrm{Char}(K) \neq 2$. Zeigen Sie, dass jede quadratische Körpererweiterung $K \subset E$ galoisch ist, und $\mathrm{Gal}(E/K)$ zyklisch von Ordnung $n = 2$ ist.

Aufgabe 2. Sei $n \geq 1$ eine natürliche Zahl und $\zeta = e^{2\pi i/n} \in \mathbb{C}$. Zeigen Sie, dass die Erweiterung
$$\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\zeta)$$
galoisch ist, und das die Galois-Gruppe $\mathrm{Gal}(\mathbb{Q}(\zeta)/\mathbb{Q})$ abelsch ist.

Aufgabe 3. Sei $n \geq 1$ eine natürliche Zahl. Wir betrachten den Körper $K = \mathbb{Q}(e^{2\pi i/n})$. Sei α eine komplexe Zahl mit $\alpha^n \in K$. Zeigen Sie, dass die Körpererweiterung
$$K \subset K(\alpha)$$
galoisch ist, und dass die Galois-Gruppe $\mathrm{Gal}(K(\alpha)/K)$ zyklisch ist.

Aufgabe 4. Sei G eine endliche Gruppe. Konstruieren Sie einen Körper K und eine Galois-Erweiterung $K \subset E$ mit $\mathrm{Gal}(E/K) = G$.

Abgabe: Bis Mittwoch, den 14.7. um 9:00 Uhr in den Zettelkästen.

Schriftliche Prüfung: Zulassungsvoraussetzung ist das Erreichen von 104 Punkten auf den Übungszetteln. Studierende, die in der Vergangenheit ohne Erfolg an einer schriftlichen Prüfung zur Algebra teilgenommen haben, sind automatisch zugelassen. Die zugelassenen Prüflinge werden durch Aushang bekannt gemacht. Verifizieren Sie, ob sie zugelassen sind. Bei Unstimmigkeiten kontaktieren Sie bitte umgehend den Dozenten.

Erlaubte Hilfsmittel: Ein Blatt mit handschriftlichen Notizen.