Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 2010

Algebra

Blatt 11

Aufgabe 1. Sei K ein endlicher Körper. Verifizieren Sie, dass jede endliche Körpererweiterung $K \subset E$ normal ist und von der Form $E = K(\alpha)$ für ein $\alpha \in E$ sein muss.

Aufgabe 2. Geben Sie ein explizites Beispiel für Körpererweiterungen

$$\mathbb{Q} \subset L \subset E$$

an so, dass $\mathbb{Q} \subset E$ normal ist, aber $\mathbb{Q} \subset L$ nicht normal ist.

Aufgabe 3. Sei K Körper und $K \subset \Omega$ ein algebraischer Abschluss. Zeigen Sie, dass jeder K-Homomorphismus $\sigma : \Omega \to \Omega$ bijektiv sein muss, also ein K-Isomorphismus ist. Gilt diese Eigenschaft auch noch für Homomorphismen die auf $K \subset \Omega$ nicht notwendigerweise die Identität sind?

Aufgabe 4. Sei K ein Körper, $K \subset \Omega$ ein algebraischer Abschluss, und

$$K \subset E_i \subset \Omega, \quad i \in I$$

eine Familie von Zwischenkörpern. Angenommen, die $K \subset E_i$ sind normal. Beweisen Sie, dass dann auch

$$K \subset \bigcap_{i \in I} E_i \quad \text{und} \quad K \subset K(\bigcup_{i \in I} E_i)$$

normal sind.

Abgabe: Bis Mittwoch, den 30.6. um 9:00 Uhr in den Zettelkästen.