Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 2010

Algebra

Blatt 10

Aufgabe 1. Sei $K \subset E$ eine algebraische Körpererweiterung und $\alpha, \beta \in E$. Angenommen, die Grade

$$m = \deg(\alpha) \quad \text{und} \quad n = \deg(\beta)$$

sind relativ prim. Verifizieren Sie, dass der Körper $L = K(\alpha, \beta)$ den Grad $[L : K] = mn$ hat.

Aufgabe 2. Sei $p > 0$ eine Primzahl und $\mathbb{F}_p \subset \Omega$ ein algebraischer Abschluss. Wir betrachten endliche Unterkörper

$$\mathbb{F}_{p^m}, \mathbb{F}_{p^n} \subset \Omega.$$

Zeigen Sie, dass $\mathbb{F}_{p^m} \subset \mathbb{F}_{p^n}$ gilt genau dann, wenn $m \mid n$.

Aufgabe 3. Sei K ein Körper und $K \subset \Omega$ ein algebraischer Abschluss.

(i) Beweisen Sie, dass K und Ω als Mengen gleichmächtig sind, falls K unendlich ist.

(ii) Zeigen Sie, dass Ω abzählbar unendlich ist, falls K endlich ist.

Aufgabe 4. Sei $K \subset E$ eine Körpererweiterung. Beweisen Sie, dass der Ring $A = E \otimes_K E$ genau dann ein Körper ist, wenn $K = E$ gilt.

Abgabe: Bis Mittwoch, den 23.6. um 9:00 Uhr in den Zettelkästen.

Wegen des *Sport Dies* fällt die Vorlesung am Mittwoch, den 23.06.2010 aus. Das Übungsblatt 11 wird bereits am Montag, den 21.06.2010 ausgeteilt.