

Übungen p-adische Zahlen

Blatt 7

Aufgabe 1. Zeigen Sie, daß die Exponentialreihe $\sum_{n \geq 0} x^n/n!$ nicht für alle $x \in \mathbb{Q}_p$ konvergiert.

Aufgabe 2. Sei $K = \mathbb{Q}_p^{\text{alg}}$. Zeigen Sie, daß der Bewertungsring O_K nicht noethersch ist. Mit anderen Worten, es existiert eine aufsteigende Folge

$$I_0 \subsetneq I_1 \subsetneq I_2 \subsetneq \dots$$

von Idealen $I_n \subset O_K$, $n \geq 0$.

Aufgabe 3. Beweisen Sie, daß ein ultrametrischer Körper K genau dann vollständig ist, wenn seine Einheitskugel $S_1(0) = \{x \in K \mid |x| = 1\}$ vollständig ist.

Aufgabe 4. Seien $p \neq l$ zwei Primzahlen. Beweisen Sie, daß die Körper $\mathbb{Q}_p^{\text{alg}}$ und $\mathbb{Q}_l^{\text{alg}}$ isomorph sein müssen.

Abgabe: Bis Montag den 7.12. um 11:00 Uhr in den Zettelkästen.