Mathematisches Institut SS 09
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

Übungen zur Linearen Algebra II

Blatt 12

Aufgabe 1. Seien V, W Vektorräume und $x \in V$ und $y \in W$ Vektoren. Wir betrachten den Vektor $x \otimes y$ im Tensorprodukt $V \otimes W$. Zeigen Sie, daß $x \otimes y = 0$ genau dann gilt, wenn $x = 0$ oder $y = 0$.

Aufgabe 2. Seien V, W zwei endlich-dimensionale Vektorräume, sowie

$$f : V \to V \quad \text{und} \quad g : W \to W$$

Endomorphismen. Zeigen Sie, daß der induzierte Tensorprodukt-Endomorphismus

$$f \otimes g : V \otimes W \to V \otimes W$$

nilpotent ist genau dann, wenn f oder g nilpotent sind.

Aufgabe 3. Sei K ein Körper. Fassen Sie die Tensorprodukt-Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

als 4×4-Matrix $A \in \mathrm{Mat}(4, K)$ auf und berechnen sie ihre Jordan-Normalform.

Aufgabe 4. Sei $f : V \to V$ ein Endomorphismus eines endlich-dimensionalen unitärer Vektorraums. Beweisen Sie, daß f normal ist genau dann, wenn die adjungierte Abbildung f^* ein Polynom in f ist, also $f^* = p(f)$ für ein $p \in \mathbb{C}[T]$.

Abgabe: Bis Mittwoch den 15.7. um 11:00 Uhr in den Zettelkästen.

Schriftliche Prüfung: Erlaubtes Hilfsmittel bei Klausur und Nachklausur ist ein handbeschriebenes DIN-A4 Blatt. Bringen Sie Schreibsachen und Lichtbildausweis sowie Studentenausweis mit.