Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 09

Übungen zur Linearen Algebra II

Blatt 11

Aufgabe 1. Seien $f, g : V \to V$ zwei Endomorphismen auf einem endlich-dimensionalen unitären Vektorraum V. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(i) f, g unitär oder selbstadjungiert impliziert fg unitär bzw. selbstadjungiert.

(ii) f, g unitär oder selbstadjungiert impliziert $f + g$ unitär bzw. selbstadjungiert.

Aufgabe 2. Sei V ein endlich-dimensionaler unitärere Vektorraum. Zeigen Sie, daß die normalen Endomorphismen $f : V \to V$ ein Erzeugendensystem im Vektorraum $\mathrm{End}(V)$ bilden.

Aufgabe 3. Sei $f : V \to V$ ein diagonalisierbarer Endomorphismus eines endlich-dimensionalen K-Vektorraumes, und $U \subset V$ ein f-invarianter Unterraum. Zeigen Sie, daß die Einschränkung $f|_U : U \to U$ auch diagonalisierbar ist.

Aufgabe 4. (i) Sei $A \in \mathrm{O}(n)$ eine Matrix, die mit allen $B \in \mathrm{O}(n)$ kommutiert. Zeigen Sie, daß dann $A = \pm E$ gilt.

(ii) Sei $A \in \mathrm{Sp}(2m, K)$ eine Matrix, die mit allen $B \in \mathrm{Sp}(2m, K)$ kommutiert. Zeigen Sie, daß dann ebenfalls $A = \pm E$ gilt.

Abgabe: Bis Mittwoch den 8.7. um 11:00 Uhr in den Zettelkästen.