Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 08/09

Übungen zur Linearen Algebra I

Blatt 2

Aufgabe 1. Formulieren Sie eine Definition von Ringen, in der die Begriffe Gruppe und Monoid nicht vorkommen.

Aufgabe 2. Seien $z, w \in \mathbb{C}$. Verifizieren Sie die folgenden Gleichungen von komplexe Zahlen:

$$\operatorname{Re}(z) = \frac{z + \overline{z}}{2}, \qquad \operatorname{Im}(z) = \frac{z - \overline{z}}{2i}, \qquad \overline{z} = z - 2i\operatorname{Im}(z),$$
$$\operatorname{Re}(iz) = -\operatorname{Im}(z), \qquad \overline{z+w} = \overline{z} + \overline{w}, \qquad \overline{zw} = \overline{z} \cdot \overline{w}, \qquad |zw| = |z| \cdot |w|.$$

Aufgabe 3. Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in cartesischen Koordinaten $x + iy$ sowie in Polarkoordinaten $re^{i\varphi}$ dar:

$$z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i), \qquad z_2 = e^{\pi i} + 1, \qquad z_3 = \frac{1+i}{1-i}, \qquad z_4 = 1 - i + i^2.$$

Aufgabe 4. Skizzieren Sie die folgenden sechs komplexen Zahlen

$$\zeta_0 = 1, \quad \zeta_1 = e^{2\pi i/6}, \quad \zeta_2 = e^{2\pi i 2/6}, \quad \zeta_3 = e^{2\pi i 3/6}, \quad \zeta_4 = e^{2\pi i 4/6}, \quad \zeta_5 = e^{2\pi i 5/6}$$

in der komplexen Zahlenebene $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Zeigen Sie, daß das genau die komplexen Zahlen $z \in \mathbb{C}$ mit $z^6 = 1$ sind, und bestimmen Sie für jedes ζ_n die kleinste natürliche Zahl $\nu_n \geq 1$ mit der Eigenschaft $\zeta_n^{\nu_n} = 1$.

Abgabe: Bis Montag der 3.11. um 11:00 Uhr in den Zettelkästen.
Bitte tackern Sie Ihre Lösungsblätter zusammen.

Termine für die schriftlichen Prüfungen:

Klausur:
Montag, 9.2. von 9:00-11:00 Uhr in den Hörsälen 5C und 5D
Klausureinsicht:
Freitag, 13.2. von 14:00-15:00 Uhr im Seminarraum 25.13.U1.22

Nachklausur:
Montag, 23.3. von 9:00-11:00 Uhr in den Hörsälen 5C und 5D
Nachklausureinsicht:
Freitag, 27.3. von 14:00-15:00 Uhr im Seminarraum 25.13.U1.22