

Übungen zu Algebraische Geometrie II

Blatt 10

Aufgabe 1.* Sei C eine Kurve vom Geschlecht $g = 2$, und $x, x' \in C$ zwei Weierstraß-Punkte. Zeigen Sie, daß die invertierbaren Garben $\mathcal{O}_C(2x)$ und $\mathcal{O}_C(2x')$ isomorph sind.

Aufgabe 2.* Sei C eine Kurve vom Geschlecht $g = 2$. Zeigen Sie, daß es genau ein $\mathcal{L} \in \text{Pic}(C)$ vom Grad $\deg(\mathcal{L}) = 2$ mit $h^0(\mathcal{L}) \geq 2$ gibt, nämlich die dualisierende Garbe $\mathcal{L} = \omega_C$.

Aufgabe 3. Sei C eine Kurve vom Geschlecht $g = 2$ über einem Grundkörper k von Charakteristik $p = 2$. Zeigen Sie, daß es höchstens 3 Weierstraß-Punkte $x_1, x_2, x_3 \in C$ geben kann.

Aufgabe 4. Sei C eine Kurve vom Geschlecht $g = 2$. Angenommen, es gibt eine surjektive Abbildung $f : C \rightarrow E$ auf eine elliptische Kurve. Wir nehmen an, daß die Erweiterung der Funktionenkörper $\kappa(E) \subset \kappa(C)$ separabel ist. Zeigen Sie, daß es höchstens zwei Verzweigungspunkte $x \in C$ geben kann.

Abgabe: Bis Montag, den 25.6. um 9:10 Uhr in den Zettelkästen.