Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 07

Übungen zu Algebraische Geometrie II

Blatt 9

Aufgabe 1.* Sei k ein Grundkörper, $f \in k[T_0, T_1, T_2]$ ein homogenes Polynom vom Grad $d \geq 1$, und $C = V_+(f)$ die zugehörige projektive Kurve im $\mathbb{P}^2$. Zeigen Sie, daß dann

$$h^0(\mathcal{O}_C) = 1 \quad \text{und} \quad h^1(\mathcal{O}_C) = (d-1)(d-2)/2$$

gilt.

Aufgabe 2.* Sei $C \subset \mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}$ die projektive Kurve über den reellen Zahlen, welche durch die quadratische homogene Gleichung $T_0^2 + T_1^2 + T_2^2 = 0$ definiert wird. Zeigen Sie, daß es kein $\mathcal{L} \in \operatorname{Pic}(C)$ vom Grad $\deg(\mathcal{L}) = 1$ geben kann.

Aufgabe 3. Sei $f : C \to C'$ ein surjektiver Morphismus zwischen irreduziblen eigentlichen k-Kurven. Zeigen Sie, daß f ein affiner Morphismus ist.

Aufgabe 4. Sei k ein Körper und X ein eigentliches k-Schema. Sei $k \subset k'$ eine Körpererweiterung, $X' = X \otimes_k k'$ das induzierte eigentliche k'-Schema, und $p : X' \to X$ die kanonische Projektion. Sei $\mathcal{L}$ eine invertierbare Garbe auf X, deren Urbild $\mathcal{L}' = p^*(\mathcal{L})$ auf X' ampel ist. Zeigen Sie, daß dann auch $\mathcal{L} \in \mathrm{Pic}(X)$ ampel ist.

Abgabe: Bis Montag, den 18.6. um 9:10 Uhr in den Zettelkästen.