

Langes Inhaltsverzeichnis

a1: Einführung, Riemannsche Zetafunktion

Analytische ZT, Eigenschaften der Riemannschen Zetafunktion:
Reihen- und Produktdarstellung für $\sigma > 1$, kritischer Streifen, meromorphe Fortsetzung auf \mathbb{C}

a2: Primzahlzählfunktionen und PZS

Primzahlzählfunktionen π, ϑ, ϖ , Satz von Tschebyschev, Primzahlsatz,
Riemannsche Vermutung, Zusammenhang zwischen ζ und Λ bzw. ϖ

a3: Dirichletreihen, Perronsche Formel

Dirichletreihen, ihr Konvergenzverhalten, Zusammenhang mit zahlen-
theoretischen Funktionen, Koeffizientensumme, Perronsche Formel

a4: Nullstellenanzahlen

Perronsche Formel auf $-\frac{\zeta'}{\zeta}$ angewendet, Satz von Borel-
Carathéodory, Größenordnung von ζ , Anzahl $N(\sigma, t)$ im kritischen Streifen

a5: Primzahlsatz mit Restglied

nullstellenfreies Gebiet mit Größenordnung von ζ (1. Version),
PZSatz mit Restglied (1. Version)

a6: Explizite Formeln

explizite Formel für ϖ , von-Mangoldt-explizite
Formel, Restterme und Supremum der Nullstellenrealteile, Formulierungen der (RH)

a7: Weylsche Exponentialsummen

Weylsche Exponentialsumme, Weylsche Ungleichung, Vinogradov-Integral, Vinogradovs Mittelwertsatz, k -ter Ableitungstest, nullstellenfreies Gebiet / PZS (2. Version)

a8: Dirichletsche L-Reihen

Dirichlet-Charaktere, Dirichlet-L-Reihen, Euler- Π -Darstellung, merom. Fortsetzung, PZer in APen, Satz von Dirichlet, Funktionalgleichung von $L(s, \chi)$

a9: Primzahlen in Progressionen

Primzahlsatz in Progressionen mit (vom Modul q abhängigem) Restglied, primitive Charaktere, Führungszahl, Eulerprodukt von $L(s, \chi)$

a10: Der Satz von Siegel

Satz von Siegel, Ineffektivität der Siegel-Konstanten, Beweis nach Estermann, nullstellenfreies Gebiet für $L(s, \chi)$

a11: Siegelnullstellen

Siegelnullstellen, Satz von Siegel-Walfisz, β -Term in expliziten Formeln

a12: Gaußsche Summen und $L(1, \chi)$

Formel für $L(1, \chi)$ mit $\chi_2(\chi)$, primitiver und induzierter Charakter, Formel für $L(1, \chi)$ mit geradem und ungeradem χ .

a13: Vorzeichen bei Gaußschen Summen

$|\tau_1(\chi)| = \sqrt{q}$ für primitive $\chi \pmod{q}$, Satz von Gauß über den Wert von $\tau_1(\chi)$ im Fall eines primitiven quadratischen Charakters; Beweis nach Schur

a14: Verteilung der Ideale in Zahlringen

Zählfunktion der Ideale mit Norm $\leq X$ in einer Idealklasse eines ZKS, asymptotische Formel $\sim \kappa \cdot X$, Berechnung von κ im Fall eines quadratischen ZKS

a15: Die Dedekindsche ζ -Funktion

Zählfunktion der Ideale von Norm $\leq n$, Dedekindsche ζ -Fkt. von K , Formel für h_K mit ζ_K , Eulerprodukt-Darstellung von ζ_K , Charakter χ eines quadratischen ZKS, Formel $h_K = L(1, \chi)$ im Fall eines quadratischen ZKS

a16: Klassenzahlformel für quadratische ZK

Charakter χ eines quads. ZKS K , Klassenzahlformel für h im reell- und imaginärquadratischen Fall, Reste und Nichtreste bzgl. χ

a17: Siebmethoden

Konzept Sieb, Siebfunktion, PZ-Zwillingsieb, Polignac-Vermutung, Satz von Brun/Len, Pentium-Bug, große und kleine Siebe, Quasiquadrate, Kl. qu NR

a18: Das große Sieb

Das große Sieb (nach Montgomery), große-Sieb-Ungleichung

a19: Der Satz von Brun-Titchmarsh

Primzahlen in Progressionen und kurzen Intervallen, Satz von Brun-Titchmarsh, Beweis mit großem Sieb

a20: Abschätzung der PZ-Zwillingszählfunktion

PZ-Zwillingsieb für $\pi_2(x)$, o.S. für $\pi_2(x)$, kleine-PZ-lücken-Problem, GPY, Prim- k -Tupel-Vermutung (DHL), große-PZ-lücken-Problem

a21: Der Satz von Bombieri-Vinogradov

Große-Sieb-Ungleichung für Charaktersummen, Vaughan's Identität,
Satz von Bombieri-Vinogradov, level of distribution, Elliott-Halberstam-Vermutung

a22: Kreismethode und Goldbachproblem

Goldbachsche Vermutung, Waring-Problem, Heuristik Kreismethode,
major und minor arcs im ternären Goldbach Problem, Satz von Vinogradov, Singuläre Reihe

ENDE der Vorlesung 2T II