

**Coxetergruppen**  
Übungsblatt 7

**Aufgabe 1.** Sei  $L$  das Gitter und sei  $\Delta$  das einfache System aus dem Abschnitt 2.7 im Netz. Beweisen Sie folgendes:

- 1)  $\Delta$  ist eine  $\mathbb{Z}$ -Basis des Gitters  $L$ .
- 2)  $\text{Vol}(L) = 1$ .

**Aufgabe 2.** Sei  $n \geq 4$ . Wir betrachten die folgende Teilmenge  $\Phi \subset \mathbb{R}^n$ :

$$\Phi := \{c_i e_i + c_j e_j \mid c_i, c_j \in \{-1, 1\}, 1 \leq i < j \leq n\}.$$

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- 1)  $\Phi$  ist ein Wurzelsystem in  $\mathbb{R}^n$ .
- 2)  $\Delta := \{e_1 - e_2, e_2 - e_3, \dots, e_{n-1} - e_n, e_{n-1} + e_n\}$  ist ein einfaches System in  $\Phi$ .
- 3) Der Coxeter-Graph der Spiegelungsgruppe  $W_\Phi$  hat den Typ  $D_n$ .
- 4)  $|W_\Phi| = 2^{n-1}n!$ .

Keine weitere Aufgaben.