Prof. Dr. Oleg Bogopolski
Carsten Feldkamp

Abgabe Mi., 16.05, 10:15 Uhr

Lineare Algebra I
Übungsblatt 5

Aufgabe 1. [3×3 P.]

Seien $(G,*)$ und $(H,\diamond)$ Gruppen. Wir definieren auf der Menge $G\times H$ eine Verknüpfung $\cdot$ durch

$$(g_1,h_1)\cdot(g_2,h_2)=(g_1*g_2,h_1\diamond h_2).$$

(a) Zeigen Sie, dass $(G\times H,\cdot)$ eine Gruppe ist.

(b) Zeigen Sie, dass die Gruppe $\mathbb{Z}_3\times\mathbb{Z}_4$ zyklisch ist.

(c) Zeigen Sie, dass die Gruppe $\mathbb{Z}_4\times\mathbb{Z}_6$ nicht zyklisch ist.

Aufgabe 2. [3+3 P.]

Es gibt genau einen Homomorphismus $\varphi:\mathbb{Z}_{12}\to\mathbb{Z}_{20}$ mit $\varphi(1)=15$. Bestimmen Sie für diesen Homomorphismus $\ker(\varphi)$ und $\mathrm{im}(\varphi)$.

Aufgabe 3. [5 P.]

Die Menge $U=\{0,3\}$ bildet eine Untergruppe von $G=(\mathbb{Z}_6,+_6)$. Geben Sie alle linken Nebenklassen von U in G an.

Aufgabe 4. [4+3+4 P.]

(a) Schreiben Sie die Permutation $\tau=(12754)\circ(1874)\circ(17)\circ(185)$ als Produkt von paarweise unabhängigen Zyklen.

(b) Wir betrachten in S_9 die Permutation σ:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\sigma(i)$	5	7	2	9	1	3	6	8	4

Schreiben Sie σ als Produkt von paarweise unabhängigen Zyklen.

(c) Berechnen Sie die Permuatation σ^{103}.

Aufgabe 5. [4+5 P.]

(a) Schreiben Sie die Permutation $(1\ 2)(3\ 4)$ aus S_4 als Produkt von zwei 3-Zyklen auf.

(b) Schreiben Sie die Permutation $(1\ 2\ 3\ 4\ 5)$ aus S_5 als Produkt von 3-Zyklen auf.