Prof. Dr. Oleg Bogopolski — Abgabe: Fr., 18.06.2021, bis 8:45 Uhr

Kummertheorie und der Fermat'sche Satz
(SoSe 2021)

Übungsblatt 9

Aufgabe 1. Beweisen Sie: **8P**

Sei R ein kommutativer Ring mit 1. Dann gilt:
Wenn A ein Primideal in R ist und R/A endlich ist, dann ist A maximal.

Hinweis. Vervollständigen Sie den Beweis des Satzes 6.7.2).

Aufgabe 2. Beweisen Sie: **8P**

Sei $K = \mathbb{Q}(\sqrt{m})$, wobei $m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ quadratfrei ist. Dann gilt

$$\delta(K) = \begin{cases} 4m & \text{falls } m \equiv 2, 3 \pmod 4, \\ m & \text{falls } m \equiv 1 \pmod 4. \end{cases}$$

Hier ist $\delta(K)$ die Diskriminante des Körpers K.

Aufgabe 3. Sei R ein Integritätsbereich. Beweisen Sie: **8P**

1) Sei A ein nichtnullsches Ideal in R. Dann gilt $[A] = [R]$ genau dann, wenn A ein Hauptideal ist.

2) Es gilt $h_R = 1$ genau dann, wenn jedes Ideal in R ein Hauptideal ist.