## Geometrische Gruppentheorie
Übungsblatt 6

**Aufgabe 1.** Sei $r$ eine Rotation und $g$ eine Isometrie der Ebene $\mathbb{E}$. **15P.**
Beweisen Sie, dass $r^{-1} \cdot g^{-1}rg$ eine Translation ist.

**Aufgabe 2.** Sei $G$ eine Untergruppe von $\mathbf{Isom}(\mathbb{E})$ mit $G \cap \mathbf{T}(\mathbb{E}) \cong \mathbb{Z}$. **15P.**
Beweisen Sie, dass $G$ diskret ist.

*Hinweis.* Da $|G : G^+| \leqslant 2$ ist, genügt es, die Aussage für $G^+$ zu beweisen. Wir können also von Anfang an annehmen, dass $G$ nur aus Rotationen und Translationen besteht. Dann wenden Sie die Lösung der Aufgabe 3 aus Blatt 5 an, die ich erzählt habe.

**Aufgabe 3.** In der Vorlesung haben wir folgende Präsentationen von Gruppen eingeführt: **10P.**

$$\begin{aligned} G = &\quad \langle a, b \mid a^2 = 1, a^{-1}ba = b \rangle, \\ H = &\quad \langle a, b \mid a^2 = 1, a^{-1}ba = b^{-1} \rangle \end{aligned}$$

Beweisen Sie, dass die Gruppen $G$ und $H$ nicht isomorph sind.