

Themen zum Kurs Einführung in die Zahlentheorie

(SoSe 2020)

(Prof. Dr. O. Bogopolski)

1. Einführung in die analytische Zahlentheorie.

1.1. Multiplikative Funktionen. Euler- und Möbius Funktionen. Möbiussche Umkehrformel.

1.2. Euler-Satz: Die Reihe $\sum_{p \in \text{Prim}} \frac{1}{p}$ ist divergent.

1.3. Tschebyschow-Funktionen θ und ψ . Ungleichungen von Tschebyschow.

1.4. Betrandtsches Postulat und Ishikawa-Satz.

1.5. Mertens-Formeln.

2. Einführung in die algebraische Zahlentheorie.

2.1. Zahlkörper K und ihre Ganzheitsringe \mathcal{O}_K . Grundlegende Begriffe.

2.2. Ganzheitsring \mathcal{O}_K ist dedekindisch.

2.3. Idealklassengruppe von \mathcal{O}_K .

2.4. Verzweigungsindex und Grad eines Primideals in \mathcal{O}_K . Fundamentalsatz.

2.5. Anwendungen zu diophantische Gleichungen.

2.6. Dirichletscher Satz über die Einheits-Gruppe von \mathcal{O}_K .

2.7. Pellsche Gleichung.

3. Asymptotische Verteilung von Primzahlen.

3.1. Mangoldt-Funktion Λ und Selberg-Formel.

3.2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x)}{x/\ln x} = 1$.

Bücher, die wir benutzen werden

Zahlentheorie ist ein riesiger Bereich der Mathematik mit sehr langer Geschichte. Dementsprechend gibt es unermesslich viele Bücher über die Zahlentheorie. Sie haben verschiedene Qualitäten: von sehr schlecht bis sehr gut, von sehr leicht bis sehr schwer, von sehr speziell bis sehr breit, sehr kurze und sehr lange. Deswegen ist es wichtig, sich von Anfang an auf wenige gute Bücher zu konzentrieren.

Hauptsächlich werden wir mit den Büchern [2] und [3] arbeiten. Dort werden wir nur bestimmte Kapitel ausarbeiten. Das Buch [4] ist weiterführend und fundamental; wir werden es wenig benutzen. Die Bücher [1] und [5] sind sekundär; sie sind gut, um einige Beispiele und Aufgaben anzuschauen. Alle Bücher sind online an der ULB verfügbar, man kann sie downloaden.

Literatur

- [1] P. Bundschuh, *Einführung in die Zahlentheorie*, Springer, 2008.
- [2] K. Ireland, M. Rosen, *A classical introduction to modern number theory*, Springer, 1990.
- [3] M.B. Nathanson, *Elementary methods in number theory*, Springer, 2000.
- [4] J. Neukirch, *Algebraic number theory*, Springer, 1999
- [5] A. Schmidt, *Einführung in die algebraische Zahlentheorie*, Springer, 2006.