

**Einführung in die Gruppentheorie**  
Übungsblatt 14

*Lesen Sie Abschnitt 26 meines Skripts.*

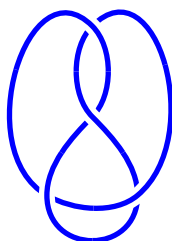
**Aufgabe 1.** Sei  $G$  eine Gruppe mit der Präsentation **10P.**

$$\mathcal{P} = \langle a, b, c \mid a^3 b^{-2} c^2 a^{-1} b^{-1}, a^3 c^7 b^2 c^{-4} \rangle.$$

Die Gruppe  $G/[G, G]$  ist endlich erzeugt und abelsch. Finden Sie eine Zerlegung dieser Gruppe in eine direkte Summe von zyklischen Gruppen.

*Hinweis.* Schreiben Sie eine einfache Präsentation von  $G/[G, G]$ . Benutzen Sie sie, um  $G/[G, G]$  in der Form  $F/A$  wie im Satz 2.3 darzustellen. Arbeiten Sie wie im Beispiel nach dem Satz 2.3.

**Aufgabe 2.** Sei  $K = K_{4,1}$  der Achterknoten:



- (a) Berechnen Sie eine Präsentation  $\mathcal{P}$  von  $G = \pi_1(\mathbb{R}^3 \setminus K)$ . **8P.**
- (b) Beweisen Sie, dass  $G/[G, G] \cong \mathbb{Z}$  ist. **6P.**
- (c) Finden Sie eine Präsentation  $\mathcal{P}'$  von  $G$  mit 2 Erzeugern und 1 Relation. **6P.**
- (d) Berechnen Sie die Alexander-Matrix von  $\mathcal{P}'$ . **6P.**
- (e) Berechnen Sie das Alexander-Polynom von  $G$ . **4P.**

**Aufgabe 3.** Beweisen Sie, dass  $G/[G, G] \cong \mathbb{Z}$  für jede Knotengruppe  $G$  gilt. **8P.**

*Hinweis.* Beweisen Sie, dass die Erzeuger der Wirtinger Präsentation zueinander konjugiert sind. Schauen Sie sich das Bild auf Seite 34 meines Skripts an.

