Prof. Dr. Oleg Bogopolski

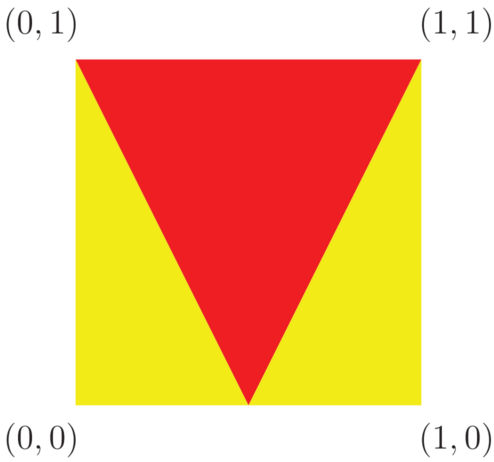
Abgabe: 1.02. bis 16:00 Uhr
Besprechung: 3.02.

Einführung in die Gruppentheorie
Übungsblatt 13

Aufgabe 1. Beweisen Sie, dass die Gruppe H mit der Präsentation $\langle a, b \,|\, a^3 = b^2 \rangle$ nicht kommutativ ist. **9P.**

Hinweis. Wenden Sie den Satz 21.5 auf diese Präsentation und die Gruppe $G = S_3$ an.

Aufgabe 2. Sei X ein wegzusammenhängender topologischer Raum und ℓ ein Weg in X. Beweisen Sie mit Hilfe der Definition 22.1, dass der Weg $\ell\bar{\ell}$ zu dem Weg id_x homotop ist, wobei x der Anfangspunkt von ℓ ist. **10P.**



Aufgabe 3. Seien X, Y, Z drei wegzusammenhängende topologische Räume und $f : X \to Y$ und $g : Y \to Z$ stetige Abbildungen. Beweisen Sie, dass $(g \circ f)_* = g_* \circ f_*$ gilt. **9P.**

Hinweis. Schauen Sie sich die Bezeichnungen des Satzes 22.5 an.

`Definitionen der Ableitungen sind im Abschnitt 23 des Kurzskripts erklärt. Diese werden noch am kommenden Freitag, den 27.01, und am Montag, den 30.01, besprochen.`

Aufgabe 4. Sei $n \in \mathbb{N}$. Kalkulieren Sie die folgenden Ableitungen: **5+5P.**

1) $\dfrac{\partial}{\partial z}(xyz^2x^{-1}y^{-1}z^{-2})$,

2) $\dfrac{\partial}{\partial x}(x^{-n}y^{-1}x^ny)$.

Aufgabe 5. Sei $w = w(x_1, \dots, x_n)$. Beweisen Sie die folgende Formel: **10P.**

$$w - e = \sum_{i=1}^{n}(x_i - e) \cdot \frac{\partial w}{\partial x_i}.$$

Hinweis. Benutzen Sie die Induktion per Länge von w: Sei $w = x_j^{\pm 1}u$, wobei $|u| < |w|$ ist. Leiten Sie die Formel für w aus der analogen Formel für u ab.