

Alle Antworten müssen begründet werden!

Analysis I
Übungsblatt 9

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Ableitungen von [9 P.]

- (a) $f(x) = \cos(5x + 7)$ (b) $f(x) = \exp(e^x)$
(c) $f(x) = \cos(\sin x)$ (d) $f(x) = \frac{x \sin x}{e^x}$
(e) $f(x) = x \log x - x$ (f) $f(x) = a^x$ mit festem $a > 0$.

Aufgabe 2.

- (a) Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto |x + 1|$. Finden Sie alle $x \in \mathbb{R}$, in denen f differenzierbar ist. Für alle solche x berechnen Sie $f'(x)$. [3 P.]
(b) Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x^{1/3} - x^{2/3}$. Beweisen Sie, dass f in 0 nicht differenzierbar ist. [5 P.]

Aufgabe 3.

- (a) Welchen Definitionsbereich hat die Funktion f , die durch [4 P.]

$$f(x) := \frac{1}{2} \log \frac{1+x}{1-x}$$

definiert ist? Berechnen Sie f' .

- (b) Welchen Definitionsbereich hat die Funktion f , die durch [4 P.]

$$f(x) := \log\left(\tan \frac{x}{2}\right)$$

definiert ist? Berechnen Sie f' .

Fortsetzung Seite 2.

Aufgabe 4.

- (a) Beweisen Sie mit Hilfe der Abschätzungen aus Lemma 8.14, dass $\cos'(0) = 0$ ist. [5 P.]
(b) Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes 8.12, dass $\cos'(x) = -\sin(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ ist. [5 P.]

Hinweis. Analysieren Sie den Beweis aus der Vorlesung, dass $\sin'(0) = 1$ und $\sin'(x) = \cos(x)$ ist.

Aufgabe 5. Beweisen Sie, dass für $-1 < y < 1$ gilt:

$$\arccos'(y) = -\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}.$$

[5 P.]

Hinweis. Analysieren Sie den Beweis aus der Vorlesung zum Beispiel 9.15.