Prof. Dr. Oleg Bogopolski — Abgabe: Fr, 7.12.2012, 12.20 Uhr

Gruppentheorie
Übungsblatt 8

Aufgabe 1. Die Gruppe $Z_3 * Z_2$ hat die Präsentation $\langle x, y \,|\, x^3 = y^2 = 1\rangle$. Sei $\varphi : Z_3 * Z_2 \to Z_3 \times Z_2$ ein kanonischer Epimorphismus. Beweisen Sie, dass Kerφ eine freie Gruppe mit der Basis $\{xyx^{-1}y^{-1},\ x^2yx^{-2}y^{-1}\}$ ist.

Hinweis. Benutzen Sie den Reidemeister-Schreier Umschreibungsprozess.

Aufgabe 2. Wir betrachten das amalgamierte Produkt $\langle a, b \,|\, a^{12}, b^{15}, a^4 = b^5\rangle$. Berechnen Sie die A-Normalform von $a^{15}b^{-21}a^{32}b^{42}a^{-19}$ bezüglich
$T_A := \{1, a, a^2, a^3\}$ und $T_B := \{1, b, b^2, b^3, b^4\}$.

Aufgabe 3. Sei $G_n = \langle a, b, c, d \,|\, ab = cd, a^2b^2 = c^2d^2, \ldots, a^nb^n = c^nd^n\rangle$.

1) Zeigen Sie, dass G_n ein amalgamiertes Produkt ist.

2) Zeigen Sie, dass $a^{n+1}b^{n+1} \neq c^{n+1}d^{n+1}$ in G_n ist.

Hinweis. Lesen Sie das Kurzskript.

Die folgende Aufgabe können Sie nach der Vorlesung am Montag lösen.

Aufgabe 4. Betrachten wir die HNN-Erweiterung $\langle a, b, t \,|\, t^{-1}at = b^2\rangle$. Berechnen Sie die Normalform von $abt^{-1}a^3tb^5abt^{-1}a^3b^3$.