Prof. Dr. Oleg Bogopolski Abgabe: 1.02.2012 um 14:20 Uhr

Gruppentheorie
Übungsblatt 14

Aufgabe 1. Seien $u_1 = ab$, $u_2 = b^{-1}a^2b$, $u_3 = a^3$ drei Elemente der freien Gruppe $F(a,b)$. Sei $G = \langle u_1, u_2, u_3 \rangle$.

1) Finden Sie eine Basis der freien Gruppe G

   a) mit Hilfe der Nielsen Transformationen,

   b) mit Hilfe der Stallings Faltungen.

2) Beweisen Sie, dass $u_i \notin \langle u_j, u_k \rangle$ für alle verschiedenen i, j, k gilt.

Aufgabe 2. a) Falten Sie die Rose für das Tupel $U = (ab^2a, ababab, a^{-1}b^{-1}abab^2a)$. Um Platz zu sparen, können Sie mehrere Schritte in einen fassen.

b) Finden Sie den Index von $\langle U \rangle$ in $F(a,b)$.

Aufgabe 3. Finden Sie eine Basis irgendeiner Untergruppe des Indizes 3 in $F(a,b)$.

Aufgabe 4. Ist die Untergruppe $U = \langle ab, ba \rangle$ von $F(a,b)$ normal? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5. Finden Sie x, y, z in $F(a,b)$, so dass

$$a^{-1}b^{-1}ab = x^2y^2z^2$$

gilt. Es reicht, wenn Sie eine Lösung finden.