

Hyperbolische Gruppen

Aufgabe 1. Sei ABC ein geodätes Dreieck in einem δ -hyperbolischen Raum. Seien $X \in [CA]$, $Y \in [CB]$ zwei Punkte. Beweisen Sie, dass gilt

$$|XY| \leq |AB| + 2\delta + ||CX| - |CY||.$$

Aufgabe 2. Sei G eine δ -hyperbolische Gruppe bezüglich eines endlichen Systems S von Erzeugenden. Beweisen Sie, dass

$$\langle X \mid r \in F(X), |r| \leq 2\delta + 2, r \stackrel{G}{=} 1 \rangle$$

eine Präsentation von G ist. Insbesondere hat jede hyperbolische Gruppe eine endliche Präsentation.

Aufgabe 3. Berechnen Sie den Abstand zwischen den Punkten i und $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ in der hyperbolischen Ebene \mathbb{H}^2 .