Small cancellation groups (Gruppen mit wenigen Kürzungen)

Aufgabe 1. Sei $G = \langle a, b \,|\, a^3b^3ab \rangle$.

(a) Schreiben Sie alle Teile auf.

(b) Schreiben Sie alle maximalen Teile auf.

(c) Für welche p, q gelten die Bedingungen $C(p)$ und $T(q)$ für die Präsentation?

(d) Schreiben Sie alle möglichen Aufteilungen von zyklischen Wörtern a^3b^3ab und $(a^3b^3ab)^{-1}$ in p Teilen auf.

Aufgabe 2. Beweisen Sie, dass die Präsentation $G = \langle a, b \,|\, a^{-3}b^3ab \rangle$ die Bedingungen $C(6)$ und $T(3)$ erfüllt.

Aufgabe 3. Gegeben eine endliche Präsentation G. Wie kann man algorithmisch ein maximales q finden, so dass G die Bedingung $T(q)$ erfüllt?

Aufgabe 4. Betrachten wir eine reguläre Aufteilung der Ebene in gleichseitige Dreiecke. Sei M eine einfach-zusammenhängende Region dieser Aufteilung. Beweisen Sie, dass gilt

$$\sum_{v \in \partial M} (4 - \mathrm{Grad}(v)) = 6.$$

Aufgabe 5. Sei M eine einfach-zusammenhängende (3,6)-Karte (d.h. der Grad jeder inneren Region $\geqslant 3$, ist der Grad jedes inneren Eckpunktes $\geqslant 6$). Beweisen Sie, dass gilt

$$\sum_{v \in \partial M} (4 - \mathrm{Grad}(v)) \geqslant 6.$$