

## Mersenne Zahlen

**Aufgabe 1.** Finden Sie die Ordnung der multiplikativen Gruppe des Ringes  $\mathbb{Z}_7[\sqrt{3}]$ .

*Definition.* Eine Mersenne-Zahl  $M_n$  ist die Zahl der Form  $2^n - 1$ .

**Aufgabe 2.** Beweisen Sie: wenn  $M_n$  eine Primzahl ist, dann ist  $n$  auch eine Primzahl.

*Definition.* Lucas Folge  $L_1, L_2, \dots$  definiert man mit der Formel:

$$L_1 = 4, \quad L_{n+1} = L_n^2 - 2.$$

*Satz.* Sei  $n > 2$  eine natürliche Zahl. Die Zahl  $M_n$  ist eine Primzahl nur dann, wenn  $L_{n-1}$  durch  $M_n$  teilbar ist.

**Aufgabe 3.** Mit Hilfe des Satzes prüfen Sie nach, daß  $M_7$  eine Primzahl ist.

**Aufgabe 4.** Vergleichen Sie die Zahlen  $\pi(n)$  und  $n/\ln n$  für  $n = 100$  und  $n = 200$ .