Das Hornersche Schema, die Interpolations-Formel von Lagrange und die Fourier-Transformation

Aufgabe 1. Mit Hilfe des Hornerschen Schemas berechnen Sie den Rest von $2x^5 - 3x^4 + 2x^3 - x^2 + 1$ modulo $x - 2$.

Aufgabe 2. Mit Hilfe der Interpolations-Formel von Lagrange finden Sie ein Polynom $f(x)$, so daß $f(1) = -2$, $f(0) = 1$ und $f(3) = 1$ ist.

Aufgabe 3. Prüfen Sie direkt nach, daß $\omega = 6$ ein primitives Element des Grades 4 im Restklassening $\mathbb{Z}_{37}$ ist.

Setzen wir $n = 4$, $\omega = 4$ und $K = \mathbb{Z}_{17}$ für Aufgaben 4-6.

Aufgabe 4. Berechnen Sie die diskrete Fouriersche Transformation des Tupels
a) $(1, -1, 2, 3)$,
b) $(-1, 5, 0, 0)$.

Aufgabe 5. Berechnen Sie die inverse diskrete Fouriersche Transformation des Tupels $(10, -2, -4, 4)$. Prüfen Sie nach, dass die Komposition der inversen und direkten Fourierschen Transformationen identisch ist.

Aufgabe 6. Mit Hilfe der direkten und inversen diskreten Fourierschen Transformation berechnen Sie das Produkt von Polynomen $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - x + 1$ und $g(x) = 5x - 1$ in dem Ring $\mathbb{Z}_{17}$.